

环境激励下基于 chirplet 变换的线性 时变系统参数识别

张 杰¹, 史治宇¹, 李利荣²

- (1. 南京航空航天大学 航空学院 机械结构力学及控制国家重点实验室, 南京 210016;
2. 中国商用飞机有限责任公司 上海飞机客户服务有限公司, 上海 200241)

摘 要: 提出了针对时变系统响应的短时频率线性时变假设, 通过将时变响应拟合成多分量线调频信号, 根据线调频信号互相关理论推导了随机白噪声激励下时变系统的物理参数识别方法。该识别方法只需基于结构的加速度响应, 便能识别结构的时变质量和刚度。由于引入了调频斜率刻画响应信号的短时频率线变特征, 该方法相比传统识别方法能更好地追踪快变甚至突变参数, 对实际工程中的时变问题具有重要的应用价值。仿真算例中构造了 1 个 3 自由度时变结构模型, 针对线性时变、周期时变和突变等情况进行了物理参数的识别, 误差分析显示识别误差均在 5% 以内, 仿真结果验证了方法的正确性和适用性。

关 键 词: 线调频小波变换; 加速度响应; 时变系统参数识别; 随机激励; 相关函数

中图分类号: V23; O324; TB123

文献标志码: A

Parameter identification of linear time-varying systems based on chirplet transform under environmental excitation

ZHANG Jie¹, SHI Zhiyu¹, LI Lirong²

- (1. State Key Laboratory of Mechanics and Control of Mechanical Structures,
College of Aerospace Engineering,
Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;
2. Shanghai Aircraft Customer Service Company Limited,
Commercial Aircraft Corporation of China, Limited, Shanghai 200241, China)

Abstract: The assumption that frequencies of responses of linear time-varying systems vary linearly in a short-time was proposed. By fitting the time-varying responses to multi-component line frequency modulation signals, a physical parameter identification method of time-varying systems under random white noise excitation was obtained according to the cross-correlation theory of line frequency modulation signals. The mass and stiffness coefficients of time-varying structures were identified only using the acceleration response. Due to the introduction of frequency modulation factor to describe the variation of frequencies of response signals in a short-time, this method could track fast changes or even abrupt changes of parameters better than traditional identification method, so it had important application

收稿日期: 2019-07-30

基金项目: 国家自然科学基金(11172131, 11232007); 江苏高校优势学科建设工程

作者简介: 张杰(1988—), 男, 博士生, 研究方向为动态信号处理与参数识别。E-mail: jzhang1988@nuaa.edu.cn

通信作者: 史治宇(1967—), 男, 教授、博士生导师, 博士, 研究方向为动力学参数识别、有限元建模与模型修正、振动与噪声控制。
E-mail: zyshi@nuaa.edu.cn

引用格式: 张杰, 史治宇, 李利荣. 环境激励下基于 chirplet 变换的线性时变系统参数识别[J]. 航空动力学报, 2020, 35(1): 9-17.
ZHANG Jie, SHI Zhiyu, LI Lirong. Parameter identification of linear time-varying systems based on chirplet transform under environmental excitation[J]. Journal of Aerospace Power, 2020, 35(1): 9-17.

value for time-varying structures in practical engineering. In the simulation example, a 3-degress of freedom time-varying structure model was constructed to identify linear, periodic and abrupt changes of physical parameters. The error analysis showed that the identification errors were all within 5%. The results verified the correctness and applicability of the method.

Key words: chirplet transform; acceleration response;
parameter identification of time-varying systems;
random excitation; correlation function

对于传统的时不变系统,动力学参数识别方法已经趋近成熟,并成为解决机械振动问题的重要工具,无论基于输入输出的试验模态分析(EMA)或只基于响应的运行模态分析技术(OMA)都发展了大量成熟的识别方法^[1]。然而近几十年,现代工程结构出现了越来越多的快速时变问题,如发射中火箭的质量时变、高超声速飞行器气动加热引起的刚度时变和动态机械故障引起的时变问题等,传统的参数识别方法已经很难应对这类快速时变问题,因此有必要对时变系统参数识别开展深入的研究。

目前国内外学者提出了一系列的时变参数识别方法,但由于时变系统动力学正问题缺乏成熟的一般性求解方法,多数识别方法只能基于短时不变假设应用传统识别方法或抛开时变系统求解问题从信号整体时频分析出发进行研究^[2],这类方法归结起来大致可以分为:希尔伯特黄变换(HHT)方法^[3-4]、状态空间(state-space)方法^[5-7]、小波变换(WT)等信号处理方法^[8-10]。HHT方法中基于经验模态分解,能将多分量非平稳信号进行本征模态分解并识别瞬时模态参数^[3],算法分解效率较快,但属于经验分解,存在自身固有缺陷。State-space方法理论完善,但或多或少都采用了短时不变假设,且矩阵分解计算量较大。WT作为数学理论完善的时频工具在诸多领域得到了广泛应用^[11],但WT基函数不具备完全的自适应性,因此与动力学方程结合时需采用短时时不变假设^[10]。此外,许多学者还研究了基于时序模型(auto regressive and moving average, AR-MA)^[12]、遗传算法^[13]等识别方法。不同于时不变问题中的OMA技术,时变系统在环境激励下的响应缺乏明确的解析解,因此开展基于环境激励下的时变参数识别方法更加困难,但这类时变OMA方法对实际工程应用具有重大意义。

从时变系统响应特性出发,类似于时不变问题中的模态叠加理论,不妨假设时变结构的响应

可以用多分量的调幅调频信号拟合^[14],在时域短区间内假设信号频率线性变化,相比短时时不变假设(短时频率不变)可有效提高分析时窗的宽度从而降低迭代计算次数,而在调频信号基础上发展来的chirplet变换(CT)^[15]便能拟合频率线性变化的时变信号,同时由于调频斜率参数的引入,信号在短区间内快变甚至突变也能用调频斜率进行刻画并追踪时变特性。CT已经在故障诊断和时变系统中得到了较好的应用^[16-17]。此外CT是在小波变化基础上发展而来,具有完善的理论基础,用其重构的线调频信号可根据相关函数理论^[18]进行随机激励下自相关分析,这也就为时变问题中基于响应的OMA识别方法推导提供了依据。

基本以上研究思路,本文首先根据chirplet基函数及其导数推导积分算法,仅基于加速度信号通过CT及其逆变换重构出速度响应和位移响应信号,进而将时变微分方程转化成时变线性方程。在此基础上根据线调频信号的相关性分析理论对激励和响应作自相关,得到随机白噪声激励下时变参数和响应相关系数之间的关系,进而识别结构物理参数。为了验证方法的正确性和适用性,构造了一个3自由度时变系统,分别对连续时变及突变情况进行了验证。

1 Chirplet 变换

1.1 分量信号自适应分解

线调频小波是在传统小波基础上发展而来,信号 $s(t)$ 的CT一般可表示成基函数的投影

$$T_h[s(t)] = \langle s(t), h_{t_0, \omega, c}(t) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) g^*(t - t_0) e^{-j[\omega(t-t_0) + c(t-t_0)^2/2]} dt \quad (1)$$

式中 $h_{t_0, \omega, c}(t) = g(t - t_0) e^{j[\omega(t-t_0) + c(t-t_0)^2/2]}$,可看作线调频小波基函数; $j = \sqrt{-1}$;上标 $*$ 表示取共轭; $g(t)$ 为窗函数,可选高斯窗函数或矩形窗函数等; $s(t)$ 为非平稳信号; ω 为频率偏置; c 为调频斜率(即调频因子); $e^{ja^2/2}$ 对信号频率进行线性调制。

CT 适用于处理单分量线调频信号(chirp),实际工程中的信号往往是多分量信号,且频率变化往往非线性,对此可在时域内将信号划分成多个短时区间,每个区间内信号是多分量 chirp 的合成。在单个区间内可采用一系列离散的频率偏置 ω 和调频因子 c 去进行 CT 分析^[19],当 ω 和 c 与能量最大分量信号的瞬时频率和频率变化率相同时取得极大值 $[\omega_n, c_n] = \arg\max |T_{h_{t_0, \omega(t_0), c(t_0)}}[s(t)]|$,这样根据频率区间构造滤波器将能量最大分量信号滤除,对剩余信号再运用以上方法逐一将各分量分离并得到分量信号对应的 ω 和 c ,从而得到分量信号对应的基函数 $h_{t_0, \omega_n, c_n}(t) (n=1, 2, \dots, N, \text{其中 } N \text{ 为总分量数目})$ 。

1.2 CT 积分及信号重构

工程实际中,振动系统的加速度响应采集较为方便,因此本文基于小波积分的思想,在仅获得加速度响应情况下,通过推导积分方法重构速度和位移信号。

在文中第 1.1 节中得到各个分量信号对应的基函数,对基函数 $h_{t_0, \omega_n, c_n}(t)$ 进行求导运算得到基函数的 1 阶导数基函数 $\dot{h}_{t_0, \omega_n, c_n}(t)$ 和 2 阶导数基函数 $\ddot{h}_{t_0, \omega_n, c_n}(t)$

$$\dot{h}_{t_0, \omega_n, c_n}(t) = \frac{dh_{t_0, \omega_n, c_n}(t)}{dt} = g(t-t_0) \cdot [j(\omega_n + c_n(t-t_0))] e^{j[\omega_n(t-t_0) + c_n(t-t_0)^2/2]} \quad (2)$$

$$\ddot{h}_{t_0, \omega_n, c_n}(t) = \frac{d\dot{h}_{t_0, \omega_n, c_n}(t)}{dt} = g(t-t_0) \cdot \{jc_n - [\omega_n + c_n(t-t_0)]^2\} e^{j[\omega_n(t-t_0) + c_n(t-t_0)^2/2]} \quad (3)$$

线调频小波是小波的改进,基函数满足允许条件^[12]

$$C_h = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\hat{h}(\omega)|^2}{\omega} d\omega < \infty \quad (4)$$

式中 $\hat{h}(\omega)$ 表示基函数傅里叶变换,由衰减性满足

$$h(\pm\infty) = \dot{h}(\pm\infty) = \ddot{h}(\pm\infty) = 0 \quad (5)$$

假设加速度信号的分量信号表示为 $\ddot{x}_{pn}(t)$, $n=1, 2, \dots, N$, 其 1 阶积分速度信号和 2 阶积分位移信号表示为

$$\begin{cases} \overline{\ddot{x}}_{pn}(t) = \int \ddot{x}_{pn}(t) dt \\ \overline{\overline{\ddot{x}}}_{pn}(t) = \int \overline{\ddot{x}}_{pn}(t) dt \end{cases} \quad (6)$$

式中上标 $\overline{\cdot}$ 表示一次积分, $\overline{\overline{\cdot}}$ 表示两次积分,对 $\overline{\ddot{x}}_{pn}(t)$ 信号进行 CT 积分,采用分部积分法可以推导

$$\begin{aligned} T_h[\overline{\ddot{x}}_{pn}(t)] &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\ddot{x}_{pn}(t) dt \right] \dot{h}_{t_0, \omega_n, c_n}^*(t) dt = \\ &= \left[\ddot{x}_{pn}(t) dt \right] \dot{h}_{t_0, \omega_n, c_n}^*(t) \Big|_{-\infty}^{+\infty} - \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \ddot{x}_{pn}(t) \dot{h}_{t_0, \omega_n, c_n}^*(t) dt \end{aligned} \quad (7)$$

由式(5)可知

$$\begin{aligned} \left[\ddot{x}_{pn}(t) dt \right] \dot{h}_{t_0, \omega_n, c_n}^*(t) \Big|_{-\infty}^{+\infty} &= \\ \left[\ddot{x}_{pn}(t) dt \right] \dot{h}_{t_0, \omega_n, c_n}^*(+\infty) - \\ \left[\ddot{x}_{pn}(t) dt \right] \dot{h}_{t_0, \omega_n, c_n}^*(-\infty) &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

由此可得,对速度信号进行 $\dot{h}_{t_0, \omega_n, c_n}(t)$ 变换,其结果等于对加速度信号进行 $\dot{h}_{t_0, \omega_n, c_n}(t)$ 变换的结果

$$\begin{aligned} T_h[\overline{\ddot{x}}_{pn}(t)] &= - \int_{-\infty}^{+\infty} \ddot{x}_{pn}(t) \dot{h}_{t_0, \omega_n, c_n}^*(t) dt = \\ &= -T_h[\ddot{x}_{pn}(t)] \end{aligned} \quad (9)$$

同理对 $\overline{\overline{\ddot{x}}}_{pn}(t)$ 进行 CT 积分,用两次分部积分推导出

$$\begin{aligned} T_h[\overline{\overline{\ddot{x}}}_{pn}(t)] &= \\ \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int \ddot{x}_{pn}(t) dt \right] \dot{h}_{t_0, \omega_n, c_n}^*(t) dt &= \\ \left[\int \ddot{x}_{pn}(t) dt \right] \dot{h}_{t_0, \omega_n, c_n}^*(t) \Big|_{-\infty}^{+\infty} - \\ \left[\int \ddot{x}_{pn}(t) dt \right] \dot{h}_{t_0, \omega_n, c_n}^*(t) \Big|_{-\infty}^{+\infty} + \\ \int_{-\infty}^{+\infty} \ddot{x}_{pn}(t) \dot{h}_{t_0, \omega_n, c_n}^*(t) dt \end{aligned} \quad (10)$$

根据式(5)可知积分结果的前两项为 0,因此最终得到

$$\begin{aligned} T_h[\overline{\overline{\ddot{x}}}_{pn}(t)] &= \int_{-\infty}^{+\infty} \ddot{x}_{pn}(t) \dot{h}_{t_0, \omega_n, c_n}^*(t) dt = \\ &= T_h[\ddot{x}_{pn}(t)] \end{aligned} \quad (11)$$

由于线调频小波满足允许条件,可以对其进行逆变换进行信号重构,且 $j[\omega_n + c_n(t-t_0)]$ 和 $jc_n - [\omega_n + c_n(t-t_0)]^2$ 起到幅值调制作用,其相对含频率信息的相位指数函数属于慢变函数,可认为相对不变,对式(9)和式(11)重新整理

$$\begin{aligned} T_h[\overline{\ddot{x}}_{pn}(t)] &= \\ \int_{-\infty}^{+\infty} \{ \overline{\ddot{x}}_{pn}(t) \cdot [-jc_n - (\omega_n + c_n(t-t_0))^2] \} \cdot \\ g^*(t-t_0) e^{-j[\omega_n(t-t_0) + c_n(t-t_0)^2/2]} dt &= -T_h[\ddot{x}_{pn}(t)] \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} T_h[\overline{\overline{\ddot{x}}}_{pn}(t)] &= \\ \int_{-\infty}^{+\infty} \{ \overline{\overline{\ddot{x}}}_{pn}(t) \cdot [-jc_n - (\omega_n + c_n(t-t_0))^2] \} \cdot \\ g^*(t-t_0) e^{-j[\omega_n(t-t_0) + c_n(t-t_0)^2/2]} dt &= T_h[\ddot{x}_{pn}(t)] \end{aligned} \quad (13)$$

忽略窗函数影响,运用逆变换重构信号得到

$$\begin{cases} \ddot{x}_{pn}(t) \approx \left\{ -\frac{1}{C_h} \int_{-\infty}^{+\infty} T_h[\ddot{x}_{pn}(t)] h_{t_0, \omega_n, c_n}(t) d\omega \right\} / \\ [-j c_n - (\omega_n + c_n(t - t_0))^2] \\ \ddot{x}_{pn}(t) \approx \left\{ \frac{1}{C_h} \int_{-\infty}^{+\infty} T_h[\ddot{x}_{pn}(t)] h_{t_0, \omega_n, c_n}(t) d\omega \right\} / \\ [-j c_n - [\omega_n + c_n(t - t_0)]^2] \end{cases} \quad (14)$$

通过积分方法可以在已知加速度信号基础上,先将加速度信号分解成单分量信号,对单分量信号积分重构出对应的速度和位移分量信号,再将分量信号叠加就可得到速度和位移响应。

2 时变系统参数识别

2.1 时变系统响应

一个 N 自由度时变结构的振动微分方程表示为

$$\mathbf{M}(t)\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}(t)\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}(t)\mathbf{x}(t) = \mathbf{u}(t) \quad (15)$$

式中 $\mathbf{M}(t)$ 、 $\mathbf{C}(t)$ 、 $\mathbf{K}(t)$ 分别表示 $N \times N$ 的时变质量、阻尼和刚度矩阵, $\mathbf{x}(t)$ 、 $\mathbf{u}(t)$ 为 $N \times 1$ 的位移向量和激励向量

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= [x_1(t), x_2(t), \dots, x_p(t), \dots, x_N(t)]^T \\ \mathbf{u}(t) &= [u_1(t), u_2(t), \dots, u_p(t), \dots, u_N(t)]^T \end{aligned}$$

式中上标 T 表示向量或矩阵转置。

实际工程中,激励大多数时候为无法测量的白噪声激励,但一般可以获得白噪声激励的统计特性。虽然时变系统在白噪声激励下的响应无法直接求得,但根据时变系统特性,可将系统响应表示成多分量调幅调频信号的叠加,单个分量响应信号在短时间区间内可以用线调频信号拟合表达,第 p ($p=1, 2, \dots, N$) 自由度的加速度响应表示为 $\ddot{x}_p(t) = \sum_{n=1}^N \ddot{x}_{pn}(t)$, ($p=1, 2, \dots, N$) 的叠加,根据上一节推导,对应的速度 $\dot{x}_p(t)$ 和位移 $x_p(t)$ 可由加速度 $\ddot{x}_p(t)$ 的 1 阶积分和 2 阶积分求得,即运用式(14)可得

$$\dot{x}_p(t) = \ddot{x}_p(t) = \sum_{n=1}^N \ddot{x}_{pn}(t) \quad (16)$$

$$x_p(t) = \ddot{x}_p(t) = \sum_{n=1}^N \ddot{x}_{pn}(t) \quad (17)$$

则时变微分方程转化成时变线性方程

$$\mathbf{M}(t)\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}(t)\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}(t)\mathbf{x}(t) = \mathbf{u}(t) \quad (18)$$

将方程组表示成矩阵形式得到

$$[\mathbf{M}(t) \quad \mathbf{C}(t) \quad \mathbf{K}(t)] \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \mathbf{x}(t) \end{bmatrix} = \mathbf{u}(t) \quad (19)$$

2.2 白噪声激励下的参数识别

由于激励 $\mathbf{u}(t)$ 是随机白噪声激励,在式(19)基础上需要进一步探讨输入自相关和输出自相关的关系,根据线调频信号自相关理论^[18],一个形如式(20)的线调频信号 $s_{\text{line}}(t)$ 其自相关函数表示为式(21)

$$\begin{aligned} s_{\text{line}}(t) &= A_0 \text{rect}(t/T_0) e^{j(\omega t + a^2/2)} \quad (20) \\ R(\tau) &= E\{s(t) \cdot s(t+\tau)\} = \\ &= \frac{A_0^2 \sin[(c\tau/2) \cdot (T_0 - |\tau|)]}{(c\tau/2) \cdot T_0} \quad |\tau| \leq T_0 \end{aligned} \quad (21)$$

式中 A_0 是信号幅值, T_0 是时间长度, $\text{rect}(\cdot)$ 表示矩形窗函数, τ 表示相关函数时延,自相关函数 $R(\tau)$ 在 $\tau=0$ 时取峰值 A_0^2 。

对式(19)两边作自相关,在短区间内认为物理参数不变,得到

$$\begin{aligned} &[\mathbf{M}(t) \quad \mathbf{C}(t) \quad \mathbf{K}(t)] \cdot \\ &E \left\{ \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \mathbf{x}(t) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}(t+\tau) & \dot{\mathbf{x}}(t+\tau) & \mathbf{x}(t+\tau) \end{bmatrix} \right\} \cdot \\ &\begin{bmatrix} \mathbf{M}(t) \\ \mathbf{C}(t) \\ \mathbf{K}(t) \end{bmatrix} = E\{\mathbf{u}(t) \cdot \mathbf{u}(t+\tau)^T\} \quad (22) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &E \left\{ \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \mathbf{x}(t) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}(t+\tau) & \dot{\mathbf{x}}(t+\tau) & \mathbf{x}(t+\tau) \end{bmatrix} \right\} = \\ &E \left\{ \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}(t)\ddot{\mathbf{x}}(t+\tau) & \ddot{\mathbf{x}}(t)\dot{\mathbf{x}}(t+\tau) & \ddot{\mathbf{x}}(t)\mathbf{x}(t+\tau) \\ \dot{\mathbf{x}}(t)\ddot{\mathbf{x}}(t+\tau) & \dot{\mathbf{x}}(t)\dot{\mathbf{x}}(t+\tau) & \dot{\mathbf{x}}(t)\mathbf{x}(t+\tau) \\ \mathbf{x}(t)\ddot{\mathbf{x}}(t+\tau) & \mathbf{x}(t)\dot{\mathbf{x}}(t+\tau) & \mathbf{x}(t)\mathbf{x}(t+\tau) \end{bmatrix} \right\} \quad (23) \end{aligned}$$

式中 $E\{\cdot\}$ 表示期望,对于白噪声激励,认为不同激励点的白噪声互不相关,同时时延 $\tau=0$ 时有自相关性,即

$$E\{u_m(t) \cdot u_n(t+\tau)\} = \begin{cases} \rho_m \delta(\tau) & m = n \\ 0 & m \neq n \end{cases} \quad m, n = 1, 2, \dots, N \quad (24)$$

式中 ρ_m 为白噪声功率谱密度, $\delta(\tau)$ 为狄拉克函数。

一般认为白噪声激励的统计特性已知,则式(23)等式右端为

$$E\{\mathbf{u}(t) \cdot \mathbf{u}(t+\tau)^T\} = \begin{bmatrix} \rho_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \rho_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \rho_N \end{bmatrix}, \quad \tau = 0 \quad (25)$$

式(23)左边的输出相关函数可以根据式(21)

$$E\{\bar{\mathbf{x}}(t) \cdot \bar{\mathbf{x}}(t+\tau)\} = E\left\{ \begin{bmatrix} \bar{x}_1(t) \\ \bar{x}_2(t) \\ \vdots \\ \bar{x}_N(t) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{x}_1(t+\tau) & \bar{x}_2(t+\tau) & \cdots & \bar{x}_N(t+\tau) \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} R_{\bar{x}_1, \bar{x}_1}(\tau) & R_{\bar{x}_1, \bar{x}_2}(\tau) & \cdots & R_{\bar{x}_1, \bar{x}_N}(\tau) \\ R_{\bar{x}_2, \bar{x}_1}(\tau) & R_{\bar{x}_2, \bar{x}_2}(\tau) & \cdots & R_{\bar{x}_2, \bar{x}_N}(\tau) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{\bar{x}_N, \bar{x}_1}(\tau) & R_{\bar{x}_N, \bar{x}_2}(\tau) & \cdots & R_{\bar{x}_N, \bar{x}_N}(\tau) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{\bar{x}_1, \bar{x}_1}(0) & R_{\bar{x}_1, \bar{x}_2}(0) & \cdots & R_{\bar{x}_1, \bar{x}_N}(0) \\ R_{\bar{x}_2, \bar{x}_1}(0) & R_{\bar{x}_2, \bar{x}_2}(0) & \cdots & R_{\bar{x}_2, \bar{x}_N}(0) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{\bar{x}_N, \bar{x}_1}(0) & R_{\bar{x}_N, \bar{x}_2}(0) & \cdots & R_{\bar{x}_N, \bar{x}_N}(0) \end{bmatrix} \quad (26)$$

对于每个 $\bar{x}_p(t)$ 都是 N 个线调频信号的叠加,本文假设每个响应信号单分量幅值相比含频率信息的相位指数函数属于慢变函数,在作相关分析时认为幅值慢变。同时根据线调频信号互模糊函数理论^[20],对于 ω 和 c 不同的两个信号,其

求得,由于式(25)在 $\tau=0$ 时有相关性,因此式(23)中相关函数也取 $\tau=0$ 时的相关系数。根据式(17)已经求出响应中各自由度的速度和位移,则式(23)中响应的自相关系数都可求出,以其中 $E\{\bar{\mathbf{x}}(t)\bar{\mathbf{x}}(t+\tau)\}$ 为例

互相关峰会发生偏移且峰值降低,在 $\tau=0$ 时 $R(0)=0$ 。因此 $R_{\bar{x}_p, \bar{x}_q}(0)$ 理论上是 $N \times N$ 项相关系数叠加,但由于 ω 不同时 $R(0)=0$,所以 $R_{\bar{x}_p, \bar{x}_q}(0)$ 只有 N 项频率相同时相关系数叠加,且每项相关系数可由式(21)求得,则式(26)化简为

$$E\{\bar{\mathbf{x}}(t) \cdot \bar{\mathbf{x}}(t+\tau)\} = \begin{bmatrix} \sum_{n=1}^N A_{v,1n} A_{v,1n} & \sum_{n=1}^N A_{v,1n} A_{v,2n} & \cdots & \sum_{n=1}^N A_{v,1n} A_{v,Nn} \\ \sum_{n=1}^N A_{v,2n} A_{v,1n} & \sum_{n=1}^N A_{v,2n} A_{v,2n} & \cdots & \sum_{n=1}^N A_{v,2n} A_{v,Nn} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{n=1}^N A_{v,Nn} A_{v,1n} & \sum_{n=1}^N A_{v,Nn} A_{v,2n} & \cdots & \sum_{n=1}^N A_{v,Nn} A_{v,Nn} \end{bmatrix} \quad (27)$$

式中 A_v 表示速度响应分量在短区间内的瞬时幅值。

同理,根据式(27)可以求得式(23)中响应自相关的每一项,则将式(23)简化表示为

$$[\mathbf{M}(t) \quad \mathbf{C}(t) \quad \mathbf{K}(t)] \cdot E\{\mathbf{X} \cdot \mathbf{X}^T\} \cdot$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}(t) \\ \mathbf{C}(t) \\ \mathbf{K}(t) \end{bmatrix} = E\{\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}^T\} \quad (28)$$

其中 $E\{\mathbf{X} \cdot \mathbf{X}^T\}$ 和 $E\{\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}^T\}$ 分别是输出和输入的自相关系数矩阵且均可求得,则式(28)就是一个简单的线性方程组,因此每个时刻的质量、阻尼和刚度矩阵都可以进行识别。

至此可以发现,在只需要白噪声激励的统计特性(即自相关系数)基础上,在每个短区间内通过线调频信号积分和线调频信号互相关理论可以得到所有响应的自相关系数矩阵,进而识别每个时刻的系统物理参数。

3 仿真算例

仿真模型是 1 个 3 自由度的时变弹簧阻尼系统,结构如图 1 所示,其中 m 为质量, k 为刚度, e 为阻尼。

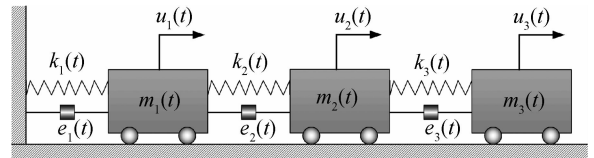


图 1 3 自由度系统示意图

Fig. 1 3 degree of freedom time-varying system

初始时刻的物理参数设置如下:

$$\begin{cases} m_1 = m_2 = 10 \text{ kg}, m_3 = 20 \text{ kg} \\ k_1 = 50 \text{ kN/m}, k_2 = 40 \text{ kN/m}, k_3 = 30 \text{ kN/m} \\ e_1 = e_2 = e_3 = 10 (\text{N} \cdot \text{s})/\text{m} \end{cases}$$

3.1 刚度时变

首先假设质量和阻尼不随时间变化,3 个刚度分别呈周期变化、线性变化和二次函数变化,变化情况设置如下:

$$\begin{cases} \Delta k_1 = 10\,000\sin(0.25\pi t) \\ \Delta k_2 = 3\,000t \\ \Delta k_3 = 8\,000t - 1\,000t^2 \end{cases}$$

对 3 个自由度均施加白噪声激励,激励均值为 0,方差为 100,利用 Newmark 算法计算结构响应,采样时间为 8 s,采样频率为 800 Hz,选取 3 个自由度的加速度响应作为分析对象,时域响应信号如图 2 所示。

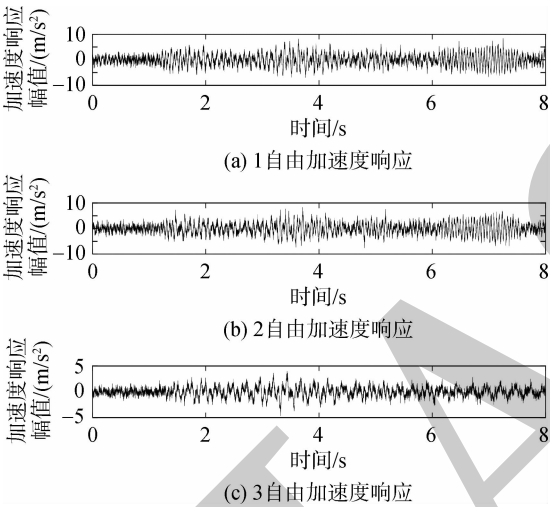


图 2 加速度响应(刚度时变)

Fig. 2 Acceleration responses (time-varying stiffness)

应用本文方法识别结构的刚度,识别结果如图 3 所示,可以看出针对不同时变工况算法都能有效追踪。

3.2 质量时变

假设刚度和阻尼不随时间变化,质量时变,变化情况设置如下:

$$\begin{cases} \Delta m_1 = t \\ \Delta m_2 = -5\sin(0.4\pi t) \\ \Delta m_3 = 0.2t^2 - 2t \end{cases}$$

激励同样为均值为 0、方差为 100 的白噪声激励,采样时间为 8 s,采样频率为 800 Hz,其加速度时域响应信号如图 4 所示,识别结果如图 5 所示。

3.3 刚度突变

由于基函数中引入了调频参数追踪频率变化,当物理参数短时间内快速变化或者突变时,即

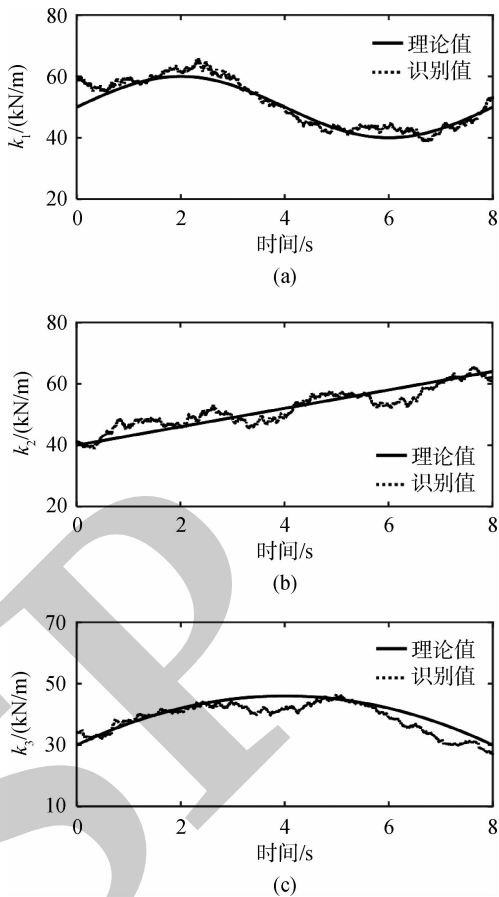


图 3 刚度识别结果

Fig. 3 Identification results of stiffness

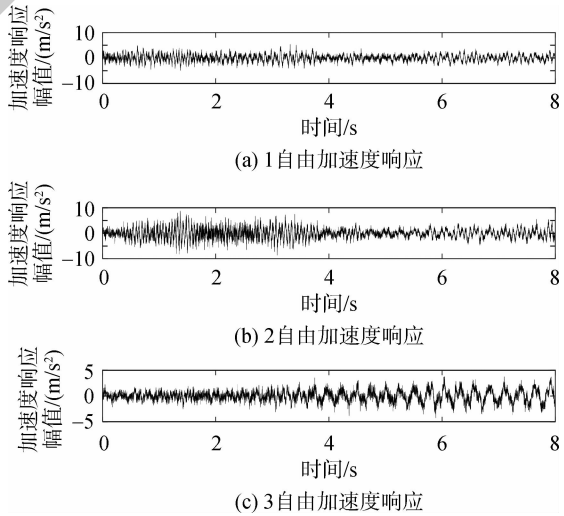


图 4 加速度响应(质量时变)

Fig. 4 Acceleration responses (time-varying mass)

频率快变或突变,因此信号投影时只要设置较大的调频参数便可追踪快变甚至突变信号。假设质量和阻尼不变,刚度在 0.5 s 内突变, k_1 发生两次突变, k_2 和 k_3 在不同的时刻点突变,具体突变设置如下:

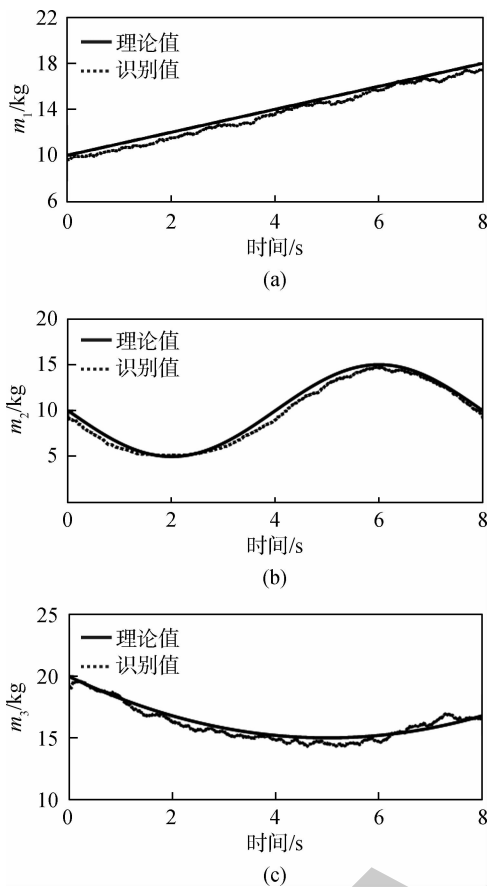


图 5 质量识别结果
Fig. 5 Identification results of mass

$$k_1 = \begin{cases} 50\,000 & (0 \sim 3\text{ s}) \\ 20\,000 & (3.5 \sim 10\text{ s}) \\ 50\,000 & (10.5 \sim 14\text{ s}) \end{cases}$$
$$k_2 = \begin{cases} 40\,000 & (0 \sim 6\text{ s}) \\ 70\,000 & (6.5 \sim 14\text{ s}) \end{cases}$$
$$k_3 = \begin{cases} 30\,000 & (0 \sim 3\text{ s}) \\ 50\,000 & (3.5 \sim 14\text{ s}) \end{cases}$$

对 3 个自由度同样施加均值为 0、方差为 100 的白噪声激励,采样时间为 10 s,采样频率为 800 Hz。

由于参数突变时信号频率变化太快,因此加速度信号时域划分时应先确定突变区间,将突变区间内信号认定成一个快速变化的线调频信号,对此可用时频分析提取脊线分布并对脊线求导,当脊线导数突变时便是突变区间,时频划分如图 6 所示,图中实线为时频脊线,虚线是突变时间区间。在此基础上识别突变刚度,识别结果如图 7 所示,在 0.5 s 内的突变区间,识别方法依然能较好地追踪时变趋势,这是传统时变识别方法难以做到的。

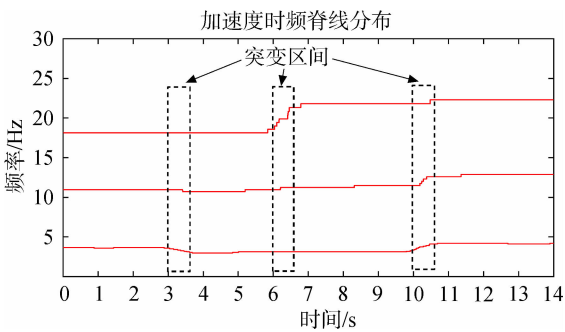


图 6 加速度响应时频分布
Fig. 6 Time-frequency distribution of acceleration response

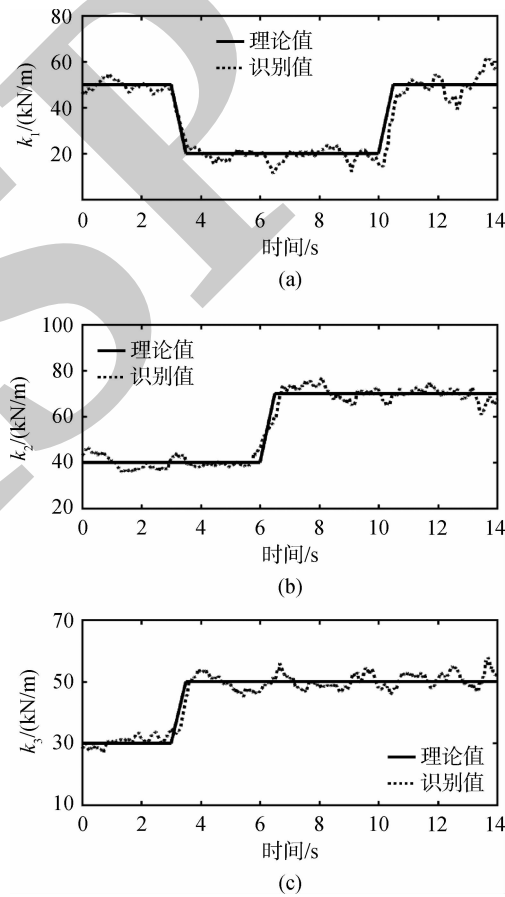


图 7 突变刚度识别结果
Fig. 7 Identification results of abrupt stiffness

3.4 误差分析

为了考察算法的识别精度,定义总取样点的平均绝对百分比误差(mean absolute percentage error, MAPE)^[4]。以文中第 3.1 和第 3.2 节中刚度和质量时变为例进行误差分析,同时分析不同窗函数对识别精度的影响,以矩形窗和高斯窗为例,误差结果如表 1 所示。从分析结果可以看出识别方法误差均在 5% 以内,识别精度较好,同时

采用不同的窗函数会造成一定影响,由于矩形窗存在一定的泄漏,对信号的分离造成一定影响,因此识别的误差相比高斯窗要大写。

表 1 识别结果误差分析

Table 1 Error analysis of identification results

窗	时变刚度误差/%			时变质量误差/%		
	k_1	k_2	k_3	m_1	m_2	m_3
矩形	3.863	4.211	4.822	2.986	4.449	2.146
高斯	3.636	3.801	4.147	2.520	3.498	2.059

4 结 论

本文应用线调频小波对时变系统的加速度响应信号进行分析,并进行物理参数的识别研究:

1) 首先提出将时变信号在短时间区间内拟合成多分量的线调频信号。

2) 在仅基于加速度响应信号情况下进行 CT 的积分运算,逆变换求解对应的速度和位移响应,将时变微分方程转化为线性方程。

3) 基于线调频信号互相关理论,对短时间区间内的线性方程进行自相关运算,推导出输入输出的相关系数关系,在仅知道白噪声随机激励统计特性情况下,识别系统的时变物理参数。

本文提出的识别方法属于有实用价值的 OMA 方法,识别方法适用性广,识别精度高。当然该方法中的时域信号划分、幅值进一步精确拟合及试验验证等问题仍需深入研究。

参考文献:

[1] 周传荣,赵淳生.机械振动参数识别及其应用[M].北京:科学出版社,1989.

[2] 于开平,庞世伟,赵婕.时变线性/非线性结构参数识别及系统辨识方法研究进展[J].科学通报,2009,54(20):3147-3156.

YU Kaiping,PANG Shiwei,ZHAO Jie. Advances in method of time-varying linear/nonlinear structural system identification and parameter estimate[J]. Chinese Science Bulletin,2009,54(20):3147-3156. (in Chinese)

[3] 程军圣,张亢,杨宇,等.局部均值分解与经验模式分解的对比研究[J].振动与冲击,2009,28(5):13-16.

CHENG Junsheng,ZHANG Kang,YANG Yu,et al. Comparison between the methods of local mean decomposition and empirical mode decomposition[J]. Journal of Vibration and Shock,2009,28(5):13-16. (in Chinese)

[4] 徐晴晴,史治宇.基于改进 EMD 分解的时变结构密集模式的瞬时参数识别[J].机械科学与技术,2015,34(8):1161-1165.

XU Qingqing,SHI Zhiyu. Identifying parameters of time varying structures with spaced modes based on improved EMD method[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering,2015,34(8):1161-1165. (in Chinese)

[5] LIU K. Identification of linear time-varying systems[J]. Journal of Sound and Vibration,1997,204(4):487-500.

[6] 庞世伟,于开平,邹经湘.识别时变结构模式参数的改进子空间方法[J].应用力学学报,2005,22(2):184-188.

PANG Shiwei,YU Kaiping,ZOU Jingxiang. Improved subspace method with application in linear time-varying structural modal parameter identification[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics,2005,22(2):184-188. (in Chinese)

[7] TASKER F,BOSSE A,FISHER S. Real-time modal parameter estimation using subspace methods: theory[J]. Mechanical Systems and Signal Processing,1998,12(6):797-808.

[8] DZIEDZIECH K,STASZEWSKI W J,BASU B,et al. Wavelet-based detection of abrupt changes in natural frequencies of time-variant systems[J]. Mechanical Systems and Signal Processing,2015,64-65:347-359.

[9] 郑红,周雷,杨浩.基于小波包分析与多核学习的滚动轴承故障诊断[J].航空动力学报,2015,30(12):3035-3042.

ZHENG Hong,ZHOU Lei,YANG Hao. Rolling bearing fault diagnosis based on wavelet packet analysis and multi kernel learning[J]. Journal of Aerospace Power,2015,30(12):3035-3042. (in Chinese)

[10] 许鑫,史治宇,龙双丽.基于小波状态空间法的时变结构瞬时频率识别[J].中国机械工程,2011,22(8):901-904.

XU Xin,SHI Zhiyu,LONG Shuangli. Instantaneous frequency identification of a time-varying structure using wavelet-based state space method[J]. China Mechanical Engineering,2011,22(8):901-904. (in Chinese)

[11] 于开平,邹经湘,杨炳渊.小波函数的性质及其应用研究[J].哈尔滨工业大学学报,2000,32(2):36-39.

YU Kaiping,ZOU Jingxiang,YANG Bingyuan. Study on performance and application of the wavelet function[J]. Journal of Harbin Institute of Technology,2000,32(2):36-39. (in Chinese)

[12] ZHOU S D,MA Y C,LIU L,et al. Output-only modal parameter estimator of linear time-varying structural systems based on vector TAR model and least squares support vector machine[J]. Mechanical Systems and Signal Processing,2018,98:722-755.

[13] 谢旭,李季隆,赵俊亮,等.基于遗传算法的车辆动力参数识别方法[J].浙江大学学报(工学版),2010,44(9):1818-1824.

XIE Xu,LI Jilong,ZHAO Junliang,et al. Identification method of vehicle parameters based on genetical gorithms[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science),2010,44(9):1818-1824. (in Chinese)

[14] 王宏禹,邱天爽.非平稳确定性信号与非平稳随机信号统

一分类法的探讨[J]. 通信学报, 2015, 36(2): 66-68.

WANG Hongyu, QIU Tianshuang. Unified classification methods for determinate nonstationary signals and random nonstationary signals [J]. Journal on Communications, 2003, 36(2): 66-68. (in Chinese)

[15] DENG Y, CHENG C M, YANG Y, et al. Parametric identification of nonlinear vibration systems via polynomial chirplet transform[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2016, 138(5): 051014. 1-051014. 18.

[16] 徐亚军, 于德介, 刘坚. 基于线调频小波路径追踪阶比循环平稳解调的滚动轴承故障诊断[J]. 航空动力学报, 2013, 28(11): 2600-2608.

XU Yajun, YU Dejie, LIU Jian. Fault diagnosis of roller bearings based on chirplet path pursuit and order cyclostationary demodulation[J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(11): 2600-2608. (in Chinese)

[17] 陈关宝, 于德介, 吴雪明. 基于多尺度线调频基稀疏信号分解的时变系统模态参数识别[J]. 机械工程学报, 2013, 49(13): 69-76.

CHEN Guanbao, YU Dejie, WU Xueming. Modal parameters identification of time-varying systems based on multi-scale chirplet sparse signal decomposition[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(13): 69-76. (in Chinese)

[18] 姚山峰, 严航, 曾安军, 等. 线性调频信号的相关检测性能分析[J]. 计算机工程, 2012, 38(1): 77-80.

YAO Shanfeng, YAN Hang, ZENG Anjun, et al. Correlation detection performance analysis for linear frequency modulation signal[J]. Computer Engineering, 2012, 38(1): 77-80. (in Chinese)

[19] YU G, ZHOU Y. General linear chirplet transform[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2015, 70-71: 958-973.

[20] 刘波. MIMO 雷达正交波形设计及信号处理研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2008.

LIU Bo. Research on generation of orthogonal waveform and signal processing for mimo radar[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2008. (in Chinese)

(编辑: 陈 越)